

7) Una solució d'àcid flueix a raó constant de 6 l/min cap a l'interior d'un gran tanc que inicialment conté 200 l d'una solució d'àcid nítric al 0.5%. La solució del tanc es venema bé i surt cap a l'exterior a raó de 8 l/min. Si la solució que entra on el tanc és de 20% d'àcid nítric, determineu la quantitat d'àcid nítric present en el tanc al cap de t minuts. En quin moment el percentatge d'àcid nítric del tanc serà del 10%?

$L(t) \equiv$ quantitat de líquid en el tanc en l'instant $t = 200 + 6 \cdot t - 8t = 200 - 2t$
 $m(t) \equiv$ quantitat d'àcid nítric en l'instant t el tanc és buda quan $t = 100$.

$$\dot{m}(t) = 6 \times 0.2 - \underbrace{\left(\frac{m(t)}{L(t)}\right)}_{\text{concentració}} \times 8 = 1.2 - \frac{8}{200-2t} m(t)$$

$$m(0) = \frac{0.5}{100} \times 200 = 1$$

$$m(t) = e^{\int_0^t \frac{8}{200-2s} ds} m(0) + e^{\int_0^t \frac{8}{200-2s} ds} \int_0^t e^{-\int_0^r \frac{8}{200-2s} ds} 1.2 dr$$

$$\int_0^t \frac{8}{200-2s} ds = 4 \int_0^t \frac{ds}{100-s} = -4 \ln(100-s) \Big|_{s=0}^{s=t} = -4 \ln(100-t) + 4 \ln(100) = 4 \ln\left(\frac{100}{100-t}\right)$$

$$\int_0^t e^{4 \ln\left(\frac{100-r}{100}\right)} 1.2 dr = 1.2 \int_0^t \left(\frac{100-r}{100}\right)^4 dr = 1.2 \left[\frac{1}{5} \left(\frac{100-r}{100}\right)^5 \right]_{r=0}^{r=t} = 40 \left[-1 + \left(\frac{100-t}{100}\right)^5 \right]$$

$$m(t) = \left(\frac{100}{100-t}\right)^4 + \left(\frac{100}{100-t}\right)^4 40 \left[-1 + \left(\frac{100-t}{100}\right)^5 \right] = 39 \left(\frac{100-t}{100}\right)^4 + 40 \left(\frac{100-t}{100}\right)^5$$

$$c(t) \equiv \text{Concentració d'àcid nítric en l'instant } t = \frac{m(t)}{L(t)}$$

$$c(t) = \frac{39}{200} \left(\frac{100-t}{100}\right)^4 + \frac{20}{100} \stackrel{\text{item}}{=} 0.1 \Rightarrow -\left(\frac{100-t}{100}\right)^3 = \left[\frac{1}{10} - \frac{2}{10}\right] \frac{200}{39} = \frac{1}{39} \times 20$$

$$1 - \frac{t}{100} = \left(\frac{20}{39}\right)^{1/3} \Rightarrow t = 100 \left(1 - \left(\frac{20}{39}\right)^{1/3}\right) \approx 19.957288...$$