(9) Escriviu la funció $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \le t < \frac{3\pi}{2} \\ \sin t & \text{si } t \ge 3\pi/2 \end{cases}$ en termes de "funcions esglaó unitàries" (això és, del tipus $u(t-a)$) i calculeu la seva transformada de Laplace.

$$f(t) = \sin t \cdot u\left(t - \frac{3\pi}{2}\right) = \sin(t - 3\pi/2 + 3\pi/2) \cdot u(t - 3\pi/2) =$$

$$= \left[\sin(t - 3\pi/2) \cdot \cos(3\pi/2) + \cos(t - 3\pi/2) \cdot \sin(3\pi/2)\right] u(t - 3\pi/2) =$$

$$= -\cos(t - 3\pi/2) \cdot u(t - 3\pi/2)$$

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = -e^{-3\pi/2\, s}\, \mathcal{L}[\cos t] = -e^{-3\pi/2\, s} \frac{s}{s^2+1}$$

(10) Feu el mateix que al problema anterior amb $f(t) = E[t]$ (part entera)

$$E(t) = u(t-1) + u(t-2) + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} u(t-n)$$

$$F(s) = \mathcal{L}[E(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{L}[u(t-n)] = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ns} \mathcal{L}[1] =$$

$$= \frac{1}{s} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ns} = \frac{1}{s} \frac{e^{-s}}{1 - e^{-s}} = \frac{1}{s(e^{s}-1)}$$